РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ за 10-12 клас
ЗА III КРЪГ НА II НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

__1 задача.__ Недостатък на слънчевия часовник на Северния полюс е, че той може да се използва само по време на половингодишния поляреи ден, когато Слънцето е над хоризонта. Предимство за него е, че ще показва слънчево време и при подходяща ориентация на циферблата би могъл да показва времето на онзи часов пояс, който изберат полярните изследователи. Но ако те се нуждаят от по-точно време, трябва да имат пред вид, че той показва не средното, а истинското слънчево време. За разлика от средното слънчево време, което тече равномерно, истинското слънчево време тече неравномерно. Разликата между истинското и средното слънчево време (уравнение на времето) може да достигне до около четвърт час. Тя се дължи на неравномерното движение на Земята по нейната елиптична орбита, съгласно втория закон на Кеплер, както и на неравномерния темп на изменение на ректасцензията на Слънцето, поради наклона на еклиптиката към небесния екватор. Предимство на махалото на Фуко, играещо ролята на часовник е, че то може да се използва през цялата година и показва равномерно течащо време - дотолкова, доколкото въртенето на Земята около нейната ос е равномерно. То обаче, ще показва звездно, а не слънчево време, защото равнината, в която се люлее махалото остава ориентирана по еднакъв начин спрямо т.нар. неподвижни звезди. Следователно, относно земната повърхност тази равнина се върти с период, равен на периода на околоосно въртене на Земята спрямо звездите, т.е. едно звездно денонощие, но в обратна посока. Разбира се, фактът, че махалото на Фуко ще показва звездно време, не би бил сериозен недостатък, ако изследователската експедиция се провежда през полярната нощ и е от астрономи, които са си забравили електронните часовници.

__2 задача.__ Нека в лабораторни условия на линиите H_α и H_β отговарят на дължини на вълните съответно $\lambda_{\alpha0}$ и $\lambda_{\beta0}$, а в спектъра на звездата - дължини на вълните λ_α и λ_β (измерени спрямо еталонния спектър). Поради ефекта на Доплер, свързан с движението на звездата спрямо нас, тези линии са отместени от положенията си в лабораторни условия с $\Delta\lambda_\alpha=\lambda_\alpha-\lambda_{\alpha0}$ и $\Delta\lambda=\lambda_\beta-\lambda_{\beta0}$. Ако v_r е лъчевата скорост на звездата, то $v_r/c=\Delta\lambda_\alpha/\lambda_{\alpha0}=\Delta\lambda_\beta/\lambda_{\beta0}$, където $c = 300\ 000\ km/s$ е скоростта на светлината. Следователно:

$$\lambda_\alpha=\lambda_{\alpha0}(1+v_r/c) \text{ и } \lambda_\beta=\lambda_{\beta0}(1+v_r/c).$$

Изваждаме почленно последните две уравнения и получаваме:

$$\lambda_\alpha-\lambda_\beta=(\lambda_{\alpha0}-\lambda_{\beta0})(1+v_r/c),$$
$$v_r=c[(\lambda_\alpha-\lambda_\beta)/(\lambda_{\alpha0}-\lambda_{\beta0})-1],\ v_r=-300\ km/s.$$

Отрицателната стойност на v_r показва, че звездата се приближава към нас.

__3 задача.__ Наблюдаваните вариации в честотата на импулсите, приемани от пулсара в Ракообразната мъглявина, имат период 1 година. Те се дължат на ефекта на Доплер, поради движението на Земята около Слънцето и произтичащите от него промени в лъчевата скорост на пулсара относно Земята. Тъй като той се намира в зодиакалното съзвездие Бик, можем да приемем, че лежи приблизително в равнината на еклиптиката. Следователно, лъчевата скорост v_r на пулсара относно Слънцето се променя относно Земята от $v_r-\Delta v_r$ до $v_r+\Delta v_r$, където Δv_r е равно на скоростта на движение на Земята около Слънцето $\Delta v_r=2\pi a/T$.

Тук $a=150\times10^6\ km$ е разстоянието от Земята до Слънцето, а ***T=1 година*** е периодът на обикаляне на Земята около Слънцето. Наблюдаемата честота на импулсите от пулсара се променя от $v_0-\Delta v$ до $v_0+\Delta v$, където по аналогия с ефекта на Доплер при светлинните вълни $\Delta v/v_0=\Delta v_r/c$, т.е. $\Delta v=v_0(2\pi a/cT)$

$$\Delta v=0.003\ Hz.$$

Това представлява промяна на честотата на импулсите около *0.01%*.

__4 задача.__ Нека $r_1=1\ AU$ е радиусът на земната орбита, $r_2=1.52\ AU$ е радиусът на орбитата на Марс, v_1 е скоростта на движение на Земята по сегашната ѝ орбита. Тъй като приемаме орбитата на Земята за кръгова

$$v_1=(GM_c/r_1)^{1/2} \qquad (1),$$

където G е гравитационната константа. След намаляване на масата на Слънцето с ΔM_1 Земята започва да се движи по елиптична орбита, като в перихелия си има скорост v_1, а в афелия - v_2. В перихелия и афелия векторът на скоростта на Земята е перпендикулярен на нейния радиус-вектор. Следователно, за тези две точки равенството на секторните скорости (втори закон на Кеплер) може да се запише в аналитичен вид $v_1r_1=v_2r_2$. Това равенство следва и от закона за запазване на момента на импулса. Оттук и от *(1)* получаваме

$$v_2=(r_1/r_2)(GM_c/r_1)^{1/2} \qquad (2).$$

Пълната механична енергия на Земята в момент, когато тя се намира на разстояние r от Слънцето и има скорост v, е сума от кинетичната $E_k=M_з v^2/2$ и потенциалната ѝ енергия $E_p=-GM_cM_з/r$, където $M_з$ е масата на Земята. Пълната енергия на Земята в перихелия и афелия е една и съща, според закона за запазване на механичната енергия:

$$M_з v_1^2-G(M_c-\Delta M_1)M_з/r_1=M_з v_2^2/2-G(M_c-\Delta M_1)M_з/r_2$$

Използвайки *(1)* и *(2)*, получаваме:

$$\Delta M_1=0.5M_c(1-r_1/r_2) \qquad (3)$$
$$\Delta M_1=0.17M_c.$$

При второто намаление на масата на Слънцето с ΔM_2 тя става $M_c=\Delta M_1-\Delta M_2$. Земята в този момент е в афелия на орбитата си и скоростта и е v_2. Тя остава да се движи със същата скорост по кръгова орбита с радиус r_2. Следователно, v_2 трябва да е равно на кръговата скорост по новата орбита:

$$v2=[G(Mc-dM1-dM2)/r2]^{1/2}.$$

От *(2)* и *(3)* намираме:

$$(r_1/r_2)(GM_c/r_1)^{1/2}=[G(M_c-\Delta M_1-\Delta M_2)/r_2]^{1/2}$$
$$\Delta M_2=\Delta M_1=0.5M_c(1-r_1/r_2)$$
$$\Delta M_2=0.17M_c.$$

__5 задача.__ Построяваме калибровъчна крива, изразяваща зависимостта на диаметъра D на ирисовата диафрагма от звездната величина m на звездите. За целта използваме данните за звездите *I-VI* от таблицата. От тази крива графично получаваме звездните величини на звездите *1-7*. Те са:

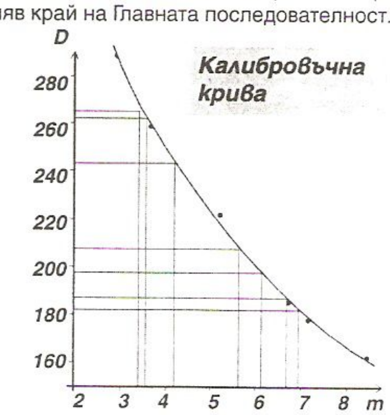
Звезда	1	2	3	4	5	6	7
m	3.55	3.40	5.70	6.10	6.65	6.95	4.20

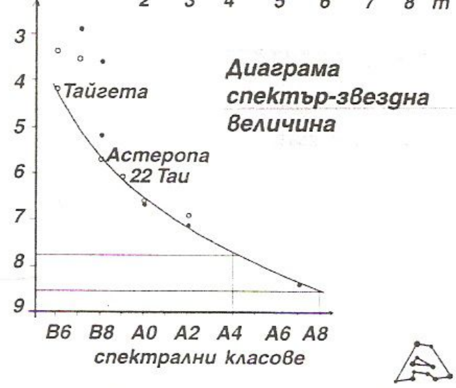
След това построяваме диаграма, даваща зависимостта на звездната величина от спектралния клас. Ние разполагаме с наблюдаваните звездни величини на звездите. Тъй като всички те са от звездния куп Плеяди, можем да считаме, че са на едно и също разстояние от нас. Ето защо, разликите между наблюдаваните звездни величини на тези звезди са същите, както разликите между техните абсолютни звездни величини и взаимните положения на звездите върху диаграмата се определят само от абсолютните им звездни величини, т.е. от тяхната светимост. Следователно графиката, която сме построили, представлява диаграма на Херцшпрунг-Ръсел. Нанесените звезди ясно очертават горната лява част от Главната последователност, където са горещите сини и бели звезди. Съществуването на такива звезди на Главната последователност означава, че звездният куп е много млад, защото времето им на живот е относително кратко. Над горния ляв край на Главната последователност са четирите звезди гиганти, т.е. с клас светимост III. Те вече са преминали етапа на Главната последователност и следователно или са по-масивни от останалите, поради което тяхната еволюция е протекла по-бързо, или са се образували по-рано, или и двете.

Като очертаем прибилизително Главната последователност по звездите с клас светимост *V*, можем да определим спектралните класове, които трябва да имат двете звезди от купа с допълнително зададени звездни величини:

m	7.8	8.6
спектрален клас	A4	A8

От трите звезди най-масивна е ***Тайгета***, защото е най-нагоре и наляво по Главната последователност. С най-малка маса е ***22 Тau***, защото е най-надолу и надясно на диаграмата на Херцшпрунг-Ръсел. Масата на звездите расте от долния десен край към горния ляв край на Главната последователност.





НАОП "Николай Коперник" Варна